

Algorithmique

Application en MatLab

V. Berry
MAT-3 & MI-3

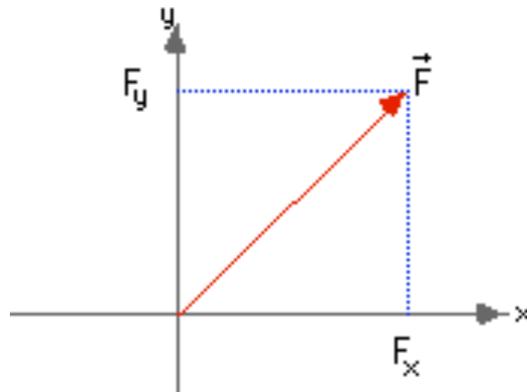
Vecteurs - Matrices - Répétitives

Cours 1-2

II - Variables & Types

Vecteurs

- Un vecteur représente une force, un déplacement, une vitesse, une accélération, ...
- Un vecteur dans le plan (ou dans un espace à plusieurs dimension) peut être exprimé par la liste de ses composantes (une pour chaque axe) :

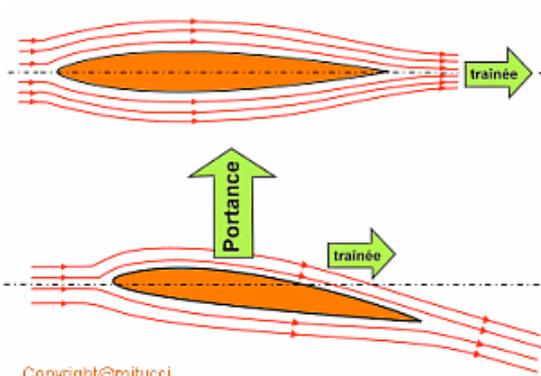


La plus simple représentation d'un vecteur \Rightarrow un tableau

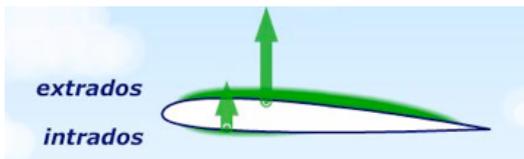
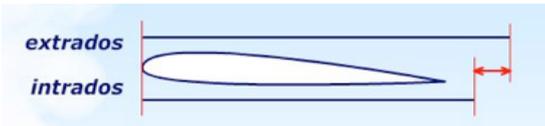
$$F = [F_x \ F_y]$$

• Addition de vecteurs

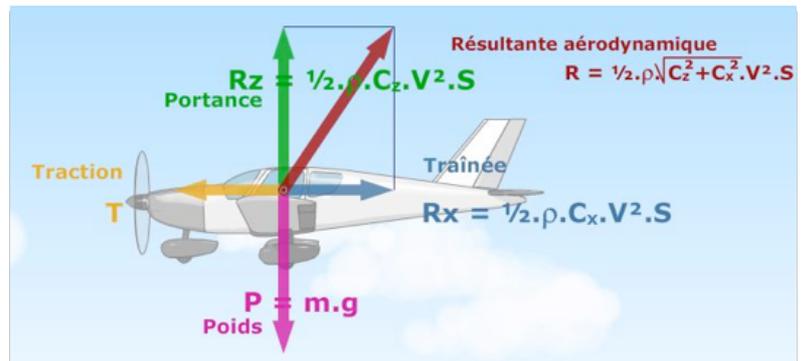
célèbre exemple issu de l'aéronautique



Copyright@mitucci



Portance = extrados+intrados



Résultante = Portance + Trainée

- Addition de vecteurs

$$R_x = V_{1x} + V_{2x}$$

$$R_y = V_{1y} + V_{2y}$$

En matlab :

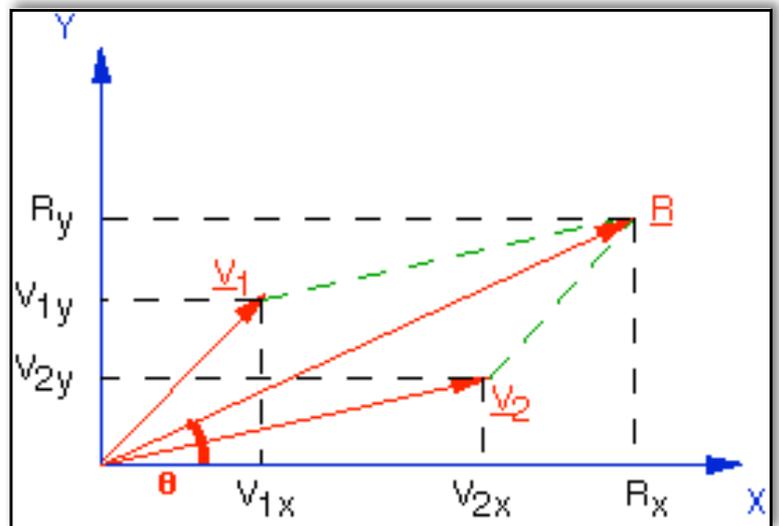
```
>> V1 = [6 2]
```

```
>> V2 = [2.3 5]
```

```
>> R = V1 + V2
```

```
R =
```

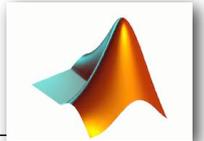
```
8.30000 7.00000
```



module de R :

```
>> modR = sqrt(R(1)^2 + R(2)^2)
```

Types en Matlab



Vecteurs

Vecteurs ligne et colonne :

La différence est importante
par exemple en
multiplication de matrices

```
>> U = [1 2 3] 
```

```
U =  
    1    2    3
```

```
>> V = [1 
```

```
    2 
```

```
    3] 
```

```
V =  
    1  
    2  
    3
```

- Ensemble de valeurs stockées dans une structure à une ou plusieurs dimensions (variable de même nom + indice(s))

Exemple : Usines (U_i) fournissant des chantiers (C_j)

Coût de livraison de chaque élément

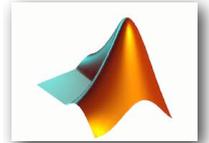
u s i n e s	chantiers		
	C1	C2	C3
U1	3	12	10
U2	17	18	35
U3	7	10	24

Besoins :

C1	C2	C3
10	9	5

Une solution potentielle :

	C1	C2	C3
U1	4	0	0
U2	6	6	0
U3	0	3	5



Matrices en Matlab

Comme pour les vecteurs, on utilise les crochets '[' et ']' pour définir le début et la fin de la matrice. Ainsi pour définir une variable **M** contenant la matrice on écrira :

>> **M** = [1 2 3



11 12 13



21 22 23]



crochets

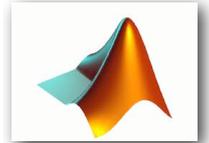
M=

```

1 2 3
11 12 13
21 22 23

```

Types en Matlab



Matrices

Autre possibilité :

```
>> M = [1,2,3 ; 11,12,13 ; 21,22,23]
```

ou bien, en remplaçant la virgule par des blancs :

```
>> M = [1 2 3 ; 11 12 13 ; 21 22 23]
```

Ajouter une ligne à une matrice :

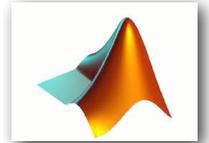
```
>> X = [5 6 7] ;
```

```
>> M = [M ; X] ;
```

point-virgule =
séparateur de lignes

Note : idem pour
agrandir un vecteur :
 $V = [V \ x]$

Types en Matlab



Matrices

accès aux **éléments** d'une matrice :

consultation

```
>> M = [1 2 3; 11 12 13; 21 22 23];
>> M(3,2)
ans = 22
```

modification

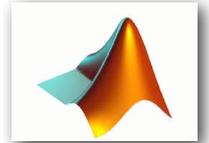
```
>> M(3,2)=32
M= 1 2 3
    11 12 13
    21 32 23
```

parenthèses

extraction d'une sous-matrice

```
>> M(1,2:2,3)
ans = 2 3
      12 13
```

Types en Matlab



Matrices

Nombreuses autres opérations possibles sur les matrices :

inversion

```
>> inv(A)
```

transposée

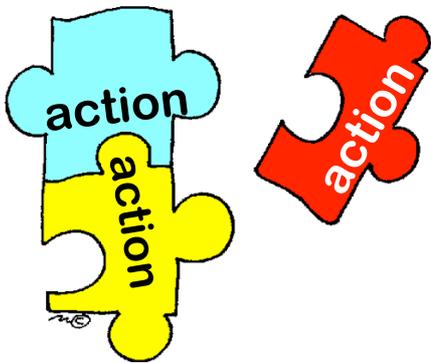
```
>> transp(A) ; A' # au choix
```

déterminant

```
>> det(A)
```

composition, etc

Organisation d'un **algorithme** (suite)

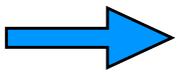


Rappel :

- Un algorithme est une **suite d'actions** manipulant des informations
- Ces actions peuvent être enchaînées de différentes façons.

Structures d'instructions

- séquences d'instructions
- conditionnelles

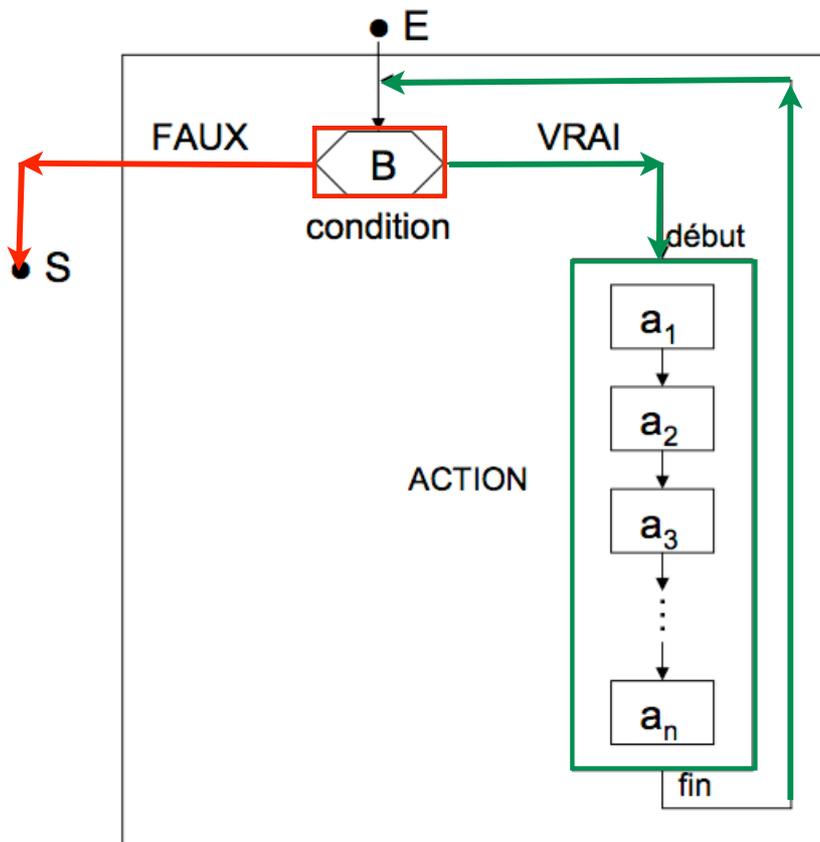


- répétitives (boucles)

1. Le principe d'une répétitive
2. Différents types de répétitives :
 - pour i de l à $n-1$...
 - tant que $i < n$...
 - la vectorisation (Matlab)

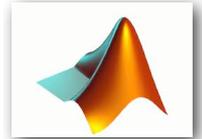
- fonctions

Principe d'une répétitive



- On veut **répéter** une **séquence** d'actions **tant qu'**une **condition** est remplie

boucle « POUR » en Matlab



La boucle **for**

Quand on connaît à l'avance le nombre de répétitions à effectuer

Répéter une suite d'actions **un nombre de fois fixé**

Syntaxe :

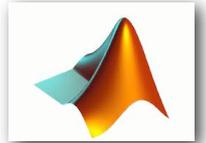
for $i = \text{borne_inf} : \text{borne_sup}$
séquence d'instructions

end

mots clefs

«Boucle» pour les valeurs d'un *indice* (*i*), incrémenté à chaque itération («tour de boucle»), variant entre deux bornes

boucle « POUR » en Matlab



La boucle **for**

Répéter une suite d'action un nombre de fois fixé

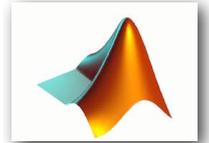
Syntaxe :

```
 for i = borne_inf : borne_sup  
    séquence d'instructions  
end 
```

Interprétation :

1. la variable **i** prend la valeur **borne_inf**
2. la séquence d'instructions est exécutée
3. **i** voit sa valeur augmentée de 1
4. les étapes 2 et 3 sont répétées *en boucle* jusqu'à ce que **i** **dépasse** la valeur **borne_sup**

boucle « POUR » en Matlab



Exemple :
usines à livrer
depuis chantiers

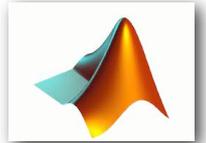
C	coût de livraison			Q	quantité à livrer		
	C1	C2	C3		C1	C2	C3
U1	3	12	10	U1	8	6	3
U2	17	18	35	U2	0	0	4
U3	7	10	24	U3	2	1	0

Coût de la livraison de tous les chantiers ?



Question en amont = décider façon de livrer ayant un coût minimum, sachant contraintes

boucle « POUR » en Matlab



La boucle **for**

Remarques :

```
for i = borne_inf : borne_sup
    séquence d'instructions
end
```

- Si **borne_inf** > **borne_sup**, aucun tour de boucle n'est exécuté
- L'incrément de la variable de boucle est de 1 par défaut, mais on peut indiquer un autre incrément de la façon suivante :

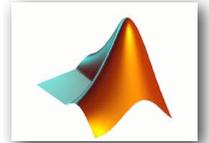
borne_inf : **pas** : borne_sup

- Si l'on veut une progression non-régulière de l'indice, on peut utiliser un tableau d'indices :

for i = **tableau** ; ... ; end

- la variable de boucle peut prendre des valeurs réelles
- **ne pas modifier la variable de boucle dans la séquence d'instructions au centre de la boucle**

boucle « tant que » en Matlab



La boucle `while`

Répéter une suite d'action un nombre de fois non-fixé à l'avance

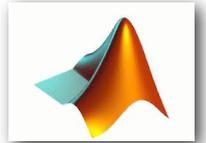
Syntaxe :



Interprétation :

1. `condition` est une expression logique, renvoyant vrai ou faux, évaluée **avant** d'effectuer chaque tour de boucle
2. si `condition` est **vraie** alors la séquence d'instructions est exécutée
3. le cycle 1 puis 2 **se reproduit** tant que la `condition de continuation` est **vraie**. Quand elle devient fausse, on exécute ensuite la première instruction suivant le mot-clef `end`.

boucle « tant que » en Matlab



La boucle **while**

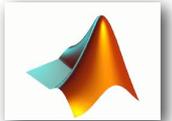
```
while condition
    séquence d'instructions
end
```

Remarques :

- la **condition** implique presque toujours des **variables**
- si une **variable de boucle** est utilisée, les instructions de la boucle doivent **faire évoluer** cette variable

```
while (epsilon < 0.1)
    instructions
    epsilon = espilon + 0.05 ;
end
```

boucle « tant que » en Matlab



Exemple : trouver le premier nombre dont la factorielle utilise plus de 100 chiffres :

```
n = 1;  
while prod(1:n) < 1e100  
    n = n + 1;  
end
```

boucle « tant que » en Matlab



Pièges de la boucle «tant que»

- ◆ Oublier d'initialiser la variable de boucle avant la boucle

```
x = 10  
while x>0  
.....
```

- ◆ Oublier de faire progresser cette variable dans la boucle

```
while x>0  
.....  
x = x - ...  
end
```

- ◆ Donner une condition de boucle pas assez précise (la variable de boucle doit la vérifier à un moment donné)

```
Préférer  
while x>0  
à  
while x~=0
```

boucle « tant que » en Matlab

Remarques sur la boucle « tant que » - suite

- certaines boucles « tant que » peuvent être représentées par des boucles « pour »
- ne pas le faire quand on ne connaît pas à l'avance le nombre de tours de boucle (instr. **break** peu lisible)

Equivalence entre formes de boucles

Traduction de «tant que» en boucle «pour» : *recherche d'une valeur particulière dans un tableau de valeurs*

Algorithme Recherche(*d* T : tableau, *d* e : élément) : booléen

Données : un tableau T et un élément e

Résultat : vrai ssi e appartient au tableau

(tableau T non trié)

```
i=1; N = 10;
while (T(i)~=e) && (i<=N)
  i = i + 1;
end
return (i <= N);
```

qu^{el} est le soucis ?

traduction

? version avec un «pour» ?

qu^{el} est le soucis ?

Equivalence entre formes de boucles

Exemple 1 de traduction de «tant que» en boucle «pour» :
recherche d'une valeur particulière dans un tableau de valeurs

Version «tant que» équivalente à la version «pour» :

Algorithme Recherche(d T : tableau, d e : élément) : booléen

Données : un tableau T et un élément e

Résultat : vrai ssi e appartient au tableau

```
for i=1:N
    if T(i) == e
        return true;
    end
end
return false;
```



ANNEXE

Instructions répétitives

Imbrication de boucles

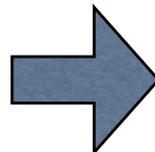
- ◆ il est parfois nécessaire de placer une boucle à l'intérieur d'une autre boucle
- ◆ la boucle intérieure est alors exécutée à chaque itération de la boucle extérieure
- ◆ ci-après, un exemple avec trois boucles imbriquées !

Imbrication de boucles

Exemple du test d'égalité de deux lignes d'une matrice :

- En Matlab, un système d'équations linéaires peut être codé dans une matrice
- chaque ligne représente une équation

$$\begin{aligned} 3x + 2y - z + t + 10 &= 0 \\ x + z + 5 &= 0 \\ 4y + t - 3 &= 0 \\ x + z + 5 &= 0 \end{aligned}$$



M

3	2	-1	1	10
1	0	1	0	+5
0	4	0	1	-3
1	0	1	0	+5

- Avant de résoudre le système, on veut le simplifier si possible : savoir si des lignes sont identiques

Imbrication de boucles

Exemple du test d'égalité de deux lignes d'une matrice :

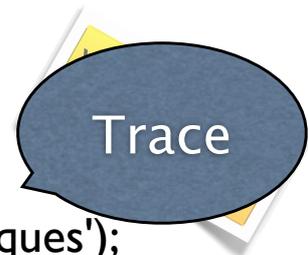
```

trouve = false; % on début on n'a pas trouvé deux lignes identiques
for lig1 = ???
    for lig2 = ???
        % teste l'égalité des ligne1 et ligne2 de M :
        egales = true; % supposées égales
        for col = ???
            if ( M(lig1,col) ~= M(lig2,col))
                egales = false; % lignes prouvées non égales
            end
        end
    end
    if (egales) trouve = true; end
end
end
if ( trouve == true ) disp('M a deux lignes identiques');
else disp('M n"a que des lignes différentes'); end

```

M

1	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0



Imbrication de boucles

Exemple du test d'égalité de deux lignes d'une matrice :



M

1	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	0	1	0

Pouvez-vous proposer une version plus courte en tirant parti de la vectorisation ?

Quelques opérateurs Matlab

- **Caractères spéciaux**

`()` parenthèses

`=` affectation

`,` virgule : séparateur de valeurs

`;` point virgule : séparateur d'instructions, de lignes dans les matrices

`%` commentaire ou pour indiquer un format

`:` deux-points : « jusqu'à », par exemple `1:10`

Opérateurs arithmétiques

`+` addition

`-` soustraction

`*` multiplication

Quelques opérateurs Matlab

- Opérateurs relationnels

`==` test d'égalité

`~=` test de différence

`>`

- Opérateurs logiques

`&`

`|`

Liens

- Cours de F. Buffat à l'UFR de Méca de Lyon
<http://ufrmeca.univ-lyon1.fr/~buffat>
- Cours de F. Nicol (Louvain-la-Neuve)
- <http://www.phon.ucl.ac.uk/courses/spsci/matlab/>
- Nombreux tutoriels sur le site de Matlab et sur Internet en général